Ders Matematik

Dönemlik Matematik Dergisi
Sayı: 1 - 2010 Haziran

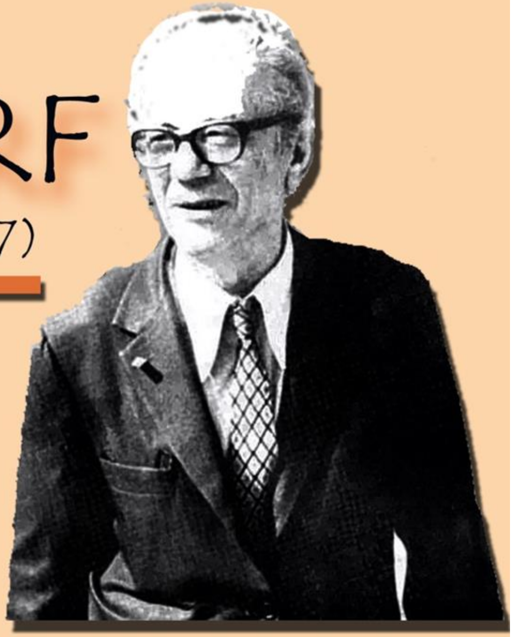
Fibonacci Sayıları
Altın Oran
Barkodlar
Özdeşlikler
Çokgen Sayılar

EDİRNE KOLEJİ 1998

İçindekiler...

Haziran 2010

Cahit ARF
(1910 – 1997)



Matematik literatürüne **"Arf Halkaları, Arf Değişmezleri Arf Kapanışı"** gibi kavramların yanısıra **"Hasse-Arf Teoremi"** ile anılan teoremler kazandırmıştır.
Matematiği bir meslek dalı olarak değil bir yaşam tarzı olarak görmüştür.
Öğrencilerine her zaman **"Matematiği ezberlemeyin kendiniz yapın ve anlayın"** demiştir.

11 Ekim 1910 tarihinde Selanik'te dünyaya geldi. Balkan Savaşı yüzünden, ailesi ile birlikte kaçarak İstanbul'a yerleşti. İstanbul'da başlayan ilkokul öğrenimini İzmir'de devam ettiren Arf Milli Eğitim Bakanlığı'nın verdiği bir burs ile Paris'e giderek Ecole Normale Superieure'dan mezun oldu.

Türkiye'ye döndükten sonra Galatasaray Lisesi'nde Matematik öğretmenliği yapmaya başladı. 1933 yılında İstanbul Üniversitesi Matematik Bölümü'ne girdi.

1937 yılında Almanya'nın Göttingen şehrine giderek çalışmalarını Göttingen Üniversitesi'nde devam ettirdi. Doktora eğitimini 1938 yılında bu okulda tamamlayan Arf burada tanıştığı Alman matematikçi Helmut Hasse ile beraber Hasse-Arf Teoremi'ni geliştirdi.

Daha sonra tekrar Türkiye'ye dönen Arf bir süre İstanbul Üniversitesi'nde görev aldıktan sonra 1962 yılında yapılan atama sonrasında TÜBİTAK'ın kuruluş çalışmalarını başlattı.

1963 yılına kadar bu kurumda kurucu ve yönetici olarak görev aldıktan sonra Robert Kolej'in Matematik bölümünde çalışmaya başladı.

1964 ve 1966 yılları arasında çalışmalarını New Jersey'deki Institude for Advanced Study'de sürdürdükten sonra California Üniversitesi'nde de bir yıl geçirdi.

Türkiye'ye kesin dönüşünü gerçekleştirdikten sonra Ortadoğu Teknik Üniversitesi'nin Matematik Bölümü'nde çalışmaya başladı. 1980 yılında emekli olana kadar buradaki görevini sürdürdü.

Matematik bilimine yaptığı büyük katkıları için hayatı boyunca çok sayıda ödülle onurlandırıldı. Eğitim verdiği dönemler boyunca yalnızca ders vermekle yetinmeyerek katıldığı konferans ve toplantılarda genç matematikçilerle birebir iletişime geçmeye çalıştı.

Türkiye'de matematik biliminin bugünkü konumuna gelmesinde çok önemli bir rolü olan Cahit Arf 26 Aralık 1997'de geçirdiği bir kalp rahatsızlığı sonucu hayata veda etti. İstanbul Üniversitesi'nde yapılan bir törenin ardından toprağa verildi.

$$(g) = \sum_{i=1}^{n} q(a_i)q(b_i) \in Z_2$$

Arf Formülü

Müge Cansın Hersek (Al-11B)

Arkadaş Sayılar

Math

Matematikçiye Sormuşlar. "*Gerçek arkadaşlık nedir?* "*diye* "*Arkadaşlık, sayılar gibidir*" demiş, anlatmış: " **Milyonlarca sayı arasında öyle iki sayı var ki, birinin ortak bölenlerinin toplamı diğeri ediyor.**

220 ve **284** gibi. **284** ün ortak bölenleri : **1, 2, 4, 71, 142.** Bunların toplamı 220 .

220 nin ortak bölenleri : 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 ve 110. Bunların da toplamı 284. Birinin ortak bölenlerini topladığında elde ettiğin sonuç diğeri oluyor. Yani arkadaşımızın ayırt edici yanlarının toplamı bizi veriyor.Bugüne kadar (25 yüzyıl boyunca!) ' arkadaş sayılar' dan yanlızca 100 tane bulunabilmiş." Neden gerçek arkadaşlığın nadir bulunan birşey olduğuna şaşmamak gerek!

Smith Sayıları

Lehigh Üniversitesi Matematik Bölümü'nde öğretim üyesi olan Albert Wilansky, 1982 yılında üvey kardeşi Herold Smith'i aramak için telefonun ba şına geçer ve numaraları çevirir:
4-9-3-7-7-7-5. Bir yandan kardeşi ile konuşurken bir yandan da alışkanlığı nedeniyle telefon numarası 4937775?i asal çarpanlarına ayırmaya başlar. Konuşmalar olağan seyrinde devam ederken bir anda Wilansky durgunlaşır ve kardeşinin söylediklerine tepki vermemeye başlar. Sayıyı çarpanlarına ayırdığı kağıtta gözü eşitliğe takılmıştır:
4937775 = 3 x 5 x 5 x 65837. Eşitliğin her iki tarafındaki rakamları topladığında kalbi hızlı hızlı atmaya başlar ve gözlerine inanamaz: 4+9+3+7+7+7+5 = 3+5+5+6+5+8+3+7 = 42. Kardeşine hiçbir şey söylemeden büyük bir heyecanla telefonu kapatır ve aynı özellikte benzer sayılar aramaya başlar. Görür ki keşfettiği özelliğe sahip sonsuz tane sayı bulunmaktadır. O günün anısına Wilansky, rakamları toplamı asal çarpanlarının rakamlarının toplamına eşit olan sayılara "Smith Sayıları" adını verir.

Her asal sayının sadece bir tane asal çarpanı olduğu için (o da sayının kendisidir) tüm asal sayılar aslında birer Smith Sayısı'dır. 10000?den küçük sayılara baktığımızda da 376 adet Smith Sayısı olduğunu görürüz: 4, 22, 27, 58, 85, 94, 121, ... Smith Sayıları'nın keşfinin ardından yapılan çalışmalarla bu sayılar arasında başka ilginç özelliklere sahip sayı grupları tanımlanmıştır. Örneğin sadece iki asal sayının çarpımı şeklinde yazılabilen Smith Sayıları'na "Yarı Asal Smith Sayıları" adı verilmiştir.

$$4937775 = 3 \times 5 \times 5 \times 65837$$

$$4+9+3+7+7+7+5 = 3+5+5+6+5+8+3+7$$

121 sayısı bir yarı asal Smith Sayısı'dır. 121 = 11 x 11 ve 1+2+1 = 1+1+1+1. Diğer bir ilginç grup ise Palindromik Smith Sayıları'dır. Bu sayılar baştan ve sondan okunduklarında aynı değeri veren sayılardır. 666 sayısı hem bir Smith Sayısı'dır (666 = 2×3x3×37) hem de Palindromik özelliği bulunmaktadır.

Demet Hüseyinca (FL-9A)

Atatürk'ün Yazdığı Geometri Kitabı

Ömer L. Örnekol'un Bir Anısı...

Atatürk, Sivas'a son kez 13 Kasım 1937 tarhinde geldiklerinde, kendilerini, Sivas Lisesinin *Kızılırmak Oymağı İzcileri* olarak istsyonda karşıladık. Yanlarında Kültür Bakanı *Saffet Arıkan*, İçişleri Bakanı *Şükrü Kaya*, *Sabiha Gökçen*, *İsmail Hakkı Tekçe* ve yaveri *Naşit Mengü* bulunuyorlardı.

Atatürk, Lise Müdürü ve Matematik Öğretmeni Ömer Beygo ve baş yardımcısı, Felsefe Öğretmeni Faik Dranaz ve öteki ilgililerle birlikte, doğrudan doğruya liseye geldiler. İlk önce, 4 Eylül 1919'da tarihsel kongrenin toplandığı kongre salonunu ve özel odalarını gezdiler ve duygulandılar. Sonra topluluk halinde, lisenin 9- A sınıfında, prog-ramdaki geometri (eski adıyla *hen-dese*) dersine girdiler. Bu derste bir kız öğrenciyi tahtaya kaldırdılar. Öğrenci, tahtada çizdiği koşut iki çizginin, başka iki koşut çizgiyle kesiştiğini, kesişmesinden oluşan açıların *Arapça* adlarını söylemekte zorluk çekiyor ve yanlışlıklar yapıyordu. Bu durumdan etkilenen *Atatürk*, tepkisini *"Bu anlaşılmaz Arapça terimlerle öğrencilere bilgi verilemez. Dersler Türkçe yeni terimlerle anlatılmalıdır"* diyerek belirtip ve tebeşiri eline alıp, tahtada çizimlerle "zaviye" nin karşılığı olarak açı, "dılı" nın karşılığı olarak "*kenar*"; "*müselles*"in karşılığı olarak "*üçgen*" gibi *Türkçe* yeni terimleri kullanarak, bir takım geometri konularını ve "*Pisagor Teoremi*"ni anlattılar.

Atatürk, bugün dilimizde karşılığı "*koşut*" olan "*muvazi*" sözcüğünün yerine kullandıkları "*paralel*" teriminin kökenini açıklarken, Orta Asya'daki Türklerin, kağnının iki tekerleğinin bir dingile bağlı olarak duruş biçimine "*para*" adını ver-diklerini söylediler.

Büyük Önderimiz *Atatürk*, bu derste aynı za-manda kültür bakanına, ders kitaplarının birkaç ay içinde *Türkçe* terimlerle yeniden yazdırılıp, bütün okullara ulaştırılmasını buyurdu.

Bu tarihsel olaya, *Sivas Lisesi*'nin öğrencisi olarak tanık olmam benim için mutlu ve unutulmaz bir anıdır.

*Ömer L. Örnekol, Bilim ve Teknik Dergisi, Kasım 1982

Matematik Bölümleri

Matematik (Fen Fakültesi)

Matematik, akıl yürütme, problem çözme sanatı olup, tümdengelimli ve tümevarımlı düşünce yolları ile, sayılar ve geometrik şekiller gibi kavramların özelliklerini ve bunların arasındaki bağlantıları inceleyen bir disiplindir. Bilimsel olan her şey bir matematik formülasyon gerektirdiğinden Matematik, bilim ve teknolojinin vazgeçilmez aracıdır. Matematik bölümünü bitirenlere "Matematikçi" ünvanı verilir. Matematikçi ünvanını alan mezunlar, orta öğretim kurumlarında öğretmen, yüksek öğretim kurumlarında öğretim elemanı olarak çalışabilmek için, gerekli temel bilgi ve beceriyie sahiptirler. Bazı matematikçiler kamu veya özel kuruluşlarda bilgisayar programcısı olarak da çalışabilir. Uygulamalı matematik alanında yetişenler DİE, MTA, TEK, DSİ gibi kuruluşlarda çalışabilirler. Ayrıca bilgi işlem, istatistik, iş-ticaret, sosyal bilimlerdeki araştırma, alanlarında matematikçilere ihtiyaç duyulmaktadır.

Matematik Mühendisliği (Mühendislik Fakültesi)

Matematik mühendisliği programı, endüstri, mühendislik ve ekonomi problemlerinin matematiksel çözümü konularında eğitim ve araştırma yapar. Öğrencilere, dörder hafta süren bilgiişlem, araştırma ve işletme konularında yaz stajları yaptırılmaktadır. Matematik mühendisliği alanında çalışmak isteyen bir kimsenin matematikte ve fen derslerinde başarılı, araştırmaya meraklı, bir olay bütün yönleriyle ele alıp, getirebileceği sonuçları birleştirerek sağlıklı bir çözüm bulabilecek düşünme yeteneğine sahip olması beklenir.

Matematik mühendisliği bölümünü bitirenlere "Matematik mühendisi" ünvanı verilir. Matematik mühendisi ünvanını alan kimseler TÜBİTAK, MTA gibi kurumlarda, özel ve resmi fabrikalar ile üniversitelerin araştırma laboratuvarlarında, çeşitli kuruluşlarla bankaların bilgi-işlem birimlerinde çalışabilmektedirler.

Matematik Öğretmenliği (Eğitim Fakültesi)

Matematik öğretmeni olmak isteyenlerin; üst düzeyde genel yeteneğe sahip, matematiğe karşı ilgili ve bu alanda başarılı, düşüncelerini başkalarına açıkca aktarabilen, iyi bir öğrenme ortamı sağlayabilen, dikkatli, özenli, kendini geliştirmeye istekli, coşkulu, yaratıcı, insanlarla iyi iletişim kurabilen, sevecen, hoşgörülü, sabırlı kimseler olması gerekir. Eğitim süresince öğrenciler matematik, analitik, geometri, genel fizik, analiz, lineer cebir, soyut matematik, soyut cebir, nümerik analiz, kısmi türev, reel analiz gibi dersler alırlar.

Meslekle ilgili eğitimini tamamlayanlar okullarda Matematik öğretmeni olarak görev yapabilirler. Matematik dersi dışında, geometri, ileri matematik, astronomi ve uzay bilimleri, analitik geometri, istatistik, matematik uygulamaları derslerine de girebilirler.

Nagihan Nuray (AL-11B)

Şah Mat

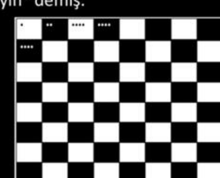
Satrancın ilk kez M.S. 570 yıllarında Hindistan'da oynandığını biliyoruz. Bunu nerden biliyoruz? O dönemlerde yazılmış birçok evrak satranç oyununun oynandığından söz ediyor. Daha önce Çin'de de bu oyunun oynandığı rivayet ediliyorsa da Çin kayıtlarında, o her şeyi kaydeden Çin kayıtlarında, satrançtan söz edilmediği için biz yine de satrancın başlangıcı olarak 570-600 yıllarını ve Hindistan'ı alıyoruz.

Rivayet olunur ki bunu bulan Brahman rahibi Şah'a bir ders vermek istemiş. "Sen ne kadar önemli bir insan olursan ol, adamların, vezirlerin, askerlerin olmadan hiçbir işe yaramazsın, hiçbir önemli iş yapamazsın."demek istemiş. Şah durumdan memnun görünmüş."Peki oyunu ve dersini beğendim. Dile benden ne dilersen" demiş.

"Bir matematik sohbetinde satranç nasıl işin içine giriyor?" diyorsanız işte burada giriyor: Rahip bu olay üzerine Şah'ın alması gereken dersi hala almadığını düşünerek "Bir miktar buğday almak istiyorum" demiş.

"Senden bulduğum bu oyunun birinci karesi için bir buğday istiyorum. İkinci karesi için iki buğday istiyorum. Üçüncü karesi için dört buğday istiyorum.

Şah, kendisi gibi yüce bir şahtan isteye isteye üç beş tane buğday isteyen bu rahibin, küstahlığa varan alçakgönüllülüğüne sinirlenmiş ve ona bir ders vermek istemiş. "Hesaplayın hak ettiğinden bir tane fazla buğday vermeyin" demiş.



Satranç tahtasında buğdaylar

Birinci kareye bir buğday ve sonraki her kareye, bir önceki kareye konan buğday sayısının iki katı buğday koyalım.. Kullanılacak buğdayların sayısını kolayca bulabiliriz.

1. Kareye 2^0 = 1 buğday
2. Kareye 2^1 = 2 buğday

...

10.Kareye 2^9 = 512 buğday

...

64.Kareye 2^{63} = 9 223 372 036 854 775 808 buğday

Tam olarak 18 kentilyon 446 katrilyon 774 trilyon 73 milyar 709 milyon 551 bin 615 tane.

Hesaplamaya başlayınca ilk kareler gitmiş. Birinci kareye bir buğday, ikinci kareye iki buğday şeklinde. 25. Kareye gelince vermeleri gereken buğdayın 1.5 ton olduğunu görmüşler ama fazla heyecanlanmamışlar. 49. Kareye geldikleri zaman 24 milyon ton buğday vermeleri gerekiyor. Bu ise bugünkü Türkiye'nin bir yıllık buğday üretiminden daha fazla.

Bu hikâyenin sonu bilinmiyor. Rahip bir miktar buğdaya razı olup gitti mi, yoksa Şah'tan iyi bir azar mı işitti bilmiyoruz.

Sevgi Günüşen (FL-10A) - Çağla Muyan (FL-10A)

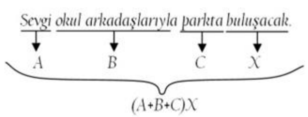
Türkçede Matematik

(A + B + C)X = AX + BX + CX... Bu nedir? Türkçede sözdiziminin formülü! Parantezin içindeki A,B,C tümcenin öğeleridir. Bunların çarpılmak zorunda olduğu X de yüklem.

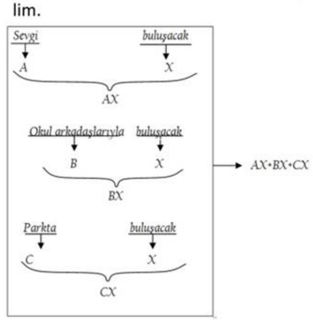
Çarpmanın toplama üzerinde dağıl- ma özelliği değil midir bu?

Türkçede sözdizimi bütünüyle bu kurala göre çalışır. Ayrıca bir tümcenin sağlamlığını denetlemenin biricik yolu da budur. Yüklemin bütün öğelere çarpıma girip girmediğine bakarız.
Şu tümceyi ele alalım:

Sevgi okul arkadaşlarıyla parkta buluşacak.



Bu, matematikte olduğu gibi,Türkçede de AX+BX+CX demek. Hemen denetleyelim.



İşlemi tersten yürütüp önceden bahsettiğimiz çarpımları X parantezine aldığımızda da aynı sonuca varıyoruz. Sözcüklerin görevlerinin adını bilip bilmemenin hiçbir önemi yok. Sevgi'nin özne olduğunu bilmeseniz de bu tümcenin öğesi olduğuna rahatça söyleyebilirsiniz; çünkü tümce, ''Sevgi buluşacak'' diye bir anlamı içermekte.

Bir de '' okul'' sözcüğüne bakalım. ''Okul'', tek başına, bizim tümcemizin bir öğesi değil. ''Buluşacak'' yüklemiyle çarpıma girmiyor. Bu tümcede '' okul buluşacak'' diye bir anlam yok . Yüklemle çarpıma girmeyen bir sözcük ya da söz o tümcenin öğesi olamaz.

Aralarında anlam ilişkisi bulunan iki basit tümce uyduralım şimdi de:

''Okan sinemaya gitti. Okan sinemada hastalandı''

Her defasında aynı özneyi söylemek zorunda kalmamak için, aralarında böyle anlam ilişkisi olan tümceleri ortak öğe parantezine alırız.

<u>Okan</u> <u>sinemaya</u> <u>gitti.</u>
a b c

<u>Okan</u> <u>sinemada</u> <u>hastalandı.</u>
a ç d

Bu tümceleri Okan parantezine alabiliriz. Alalım;

abc+açd=a (bc+çd)

İşte,

Okan (sinemaya gitti, sinemada hastalandı.) dediğimiz zaman bunu yapıyoruz.

Kalemini unuttu. Kalemini almaya gitti.
X A X B

Örneğinde, ''Kalemini'' parantezine aldığımızda, yani tümceleri X(A+B) formuna soktuğumuzda,
Kalemini (unuttu,almaya gitti) buluruz.
Ortak paranteze almak, her ortak öğe için geçerlidir. Sözgelimi yüklemler ortaksa, yüklem parantezine alırız.

<u>Gündüzleri</u> <u>okula</u> <u>gidiyor.</u>
A B X
<u>Geceleri</u> <u>işe</u> <u>gidiyor.</u>
C D X

Tümceyi böylece, Gündüzleri okula , geceleri işe gidiyor.
(A + B) X
Biçiminde yazabiliriz.
Yüklem değil de, yalnızca yüklemdeki ekle ortaksa bile paranteze alma işlemi sürer:

(A)X+(B)X biçimdeki
(Sabahlara kadar çalışıyor)dun.
(Hiç Dinlenmiyor)dun.
Tümceleri (A+B)X biçiminde,
"Sabahlara kadar çalışıyor,hiç dinlenmiyordun." olur. Bu kez yalnızca hikaye bileşik zamanı ekiyle ikinci kişi eki ortaktır.

Matematikte artı işareti neyse Türkçede virgül de odur.
Virgül,sözcükleri de tümceleri de toplarken kullanabildiğimiz bir artı işaretidir; noktalı virgül ise yalnız tümceleri toplarken kullanılan bir artı işaretidir.

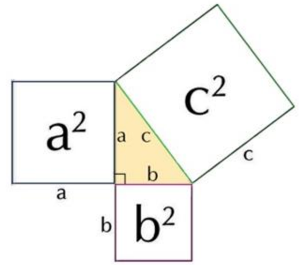
Kerem İşbaşaran (FL-10A)
Onur Sezgin (AL-10B)

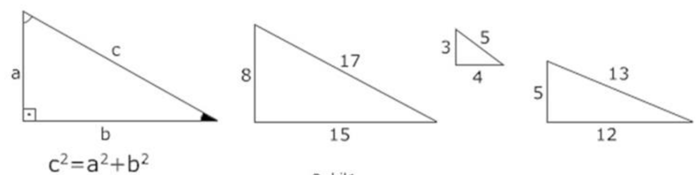
Pisagor

Πυθαγόρας

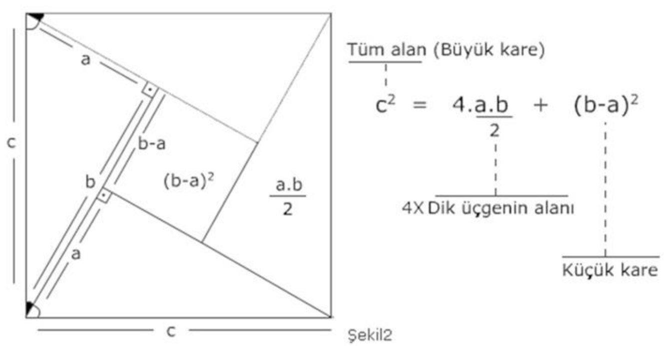
Pisagor teoremine göre bir diküçgende dik kenarın yani hipotenüsün bir kenarını oluşturduğu karenin alanı diğer iki dik kenarın birer kenar olarak oluşturdukları karelerin alanları toplamına eşittir. c uzunluğu hipotenüstür. a ve b uzunlukları ise dik kenarlardır. Her kenardan birer kare oluşturulur. Bu karelerin alanları, kare alan formülüne dayalı olarak şeklinde sıralanır. Böylece üç karenin köşelerinin birleşiminden oluşan bir dik üçgen oluşturulur. Oluşan üçgenin dik köşesinden hipotenüsün oluşturduğu karenin, hipotenüse paralel olan kenara indirilen dikme ile üçgen içerisinde Öklid Bağıntısı kurulur.

Matematikte, Pisagor Teoremi, Öklid Geometrisi'nde bir dik üçgenin 3 kenarı için bir bağıntıdır. Bilinen en eski matematiksel teoremlerden biridir. Teorem sonradan İÖ 6. YY'da Yunan filozof ve matematikçi Pisagor'a atfen isimlendirilmiştir. Bu yöntemin geçmişte tarım alanlarının paylaşılması, arazi sınırlarının belirlenmesi gibi alanlarda kullanıldığı bilinmektedir.





Şekil1



Şekil2

Formülü sadeleştirelim;

$$c^2=\cancel{4}^{2}\cdot\frac{a.b}{\cancel{2}}+(b-a)^2 \rightarrow c^2=\cancel{2.a.b}+b^2-\cancel{2.a.b}+a^2 \rightarrow c^2=b^2+a^2$$

Özge Çakır (AL-10B)

Fibonacci sayıları

Her bir Fibonacci sayısı kendisinden önceki iki fibonacci sayısının toplamına eşittir.
0 ve 1 den başlayalım;
0+1=1, 1+1=2, 2+1=3, 2+3=5, 3+5=8, 5+8=13, ... olur.
Sonuçta;
1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,... sayı dizisi bize "Fibonacci Sayıları" nı oluşturur.

Şimdi bir fibonacci sayısını, fibonacci ardışığına oranlayalım.

$\frac{3}{2} = 1{,}5$ $\qquad$ $\frac{21}{13} = 1{,}61538\ ...$

$\frac{5}{3} = 1{,}666\ ....$ $\qquad$ $\frac{34}{21} = 1{,}61904\ ...$

$\frac{8}{5} = 1{,}6$

$\frac{13}{8} = 1{,}625$

ve böylece **"Altın Oran"** denilen sayıya yaklaşılmış olur.

Bu sayılar belirli bir diziden sonra sürekli olarak *1,618...*'e yaklaşır. Bu değer de bize altın oranı verir.

Biraz daha açalım;
Bir doğru parçasını iki parçaya bölelim: Bir parçası "*1*" birim, diğer parçası "*x*" birim olsun.

1 $\qquad$ x

Bu durumda "*1*" birim olan parçanın "*x*" birim olan parçaya oranı ile "*x*" birim parçanın tamamına oranı eşittir. Yani; "*x*", altın orana eşittir.

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{x+1}$$

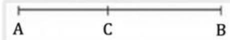
$$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Yandaki denklemin *pozitif kökü* bize altın oranı verir.

Şekilde renkli sayılar ***Pascal Üçgeni****'ni, siyah sayılar* ***Fibonacci Sayıları****'nı göstermektedir.*

Altın oran, doğada sayısız canlının ve cansızın şeklinde ve yapısında bulunan özel bir orandır. Doğada bir bütünün parçaları arasında gözlemlenen, yüzyıllarca sanat ve mimaride uygulanmış, uyum açısından en yetkin boyutları verdiği sanılan geometrik ve sayısal bir oran bağıntısıdır. Doğada en belirgin örneklerine insan vücudunda, deniz kabuklularında ve ağaç dallarında rastlanır. Platon'a göre kozmik fiziğin anahtarı bu orandır. Altın oranı bir dikdörtgenin boyunun enine olan "en estetik" oranı olarak tanımlayanlar da vardır.

Eski Mısırlılar ve Yunanlılar tarafından keşfedilmiş, mimaride ve sanatta kullanılmıştır. Göze çok hoş gelen bir orandır.



Altın oran;
AC / CB = CB / AB = 1.618...; bu oranın değeri her ölçü için *1.618...* dir.

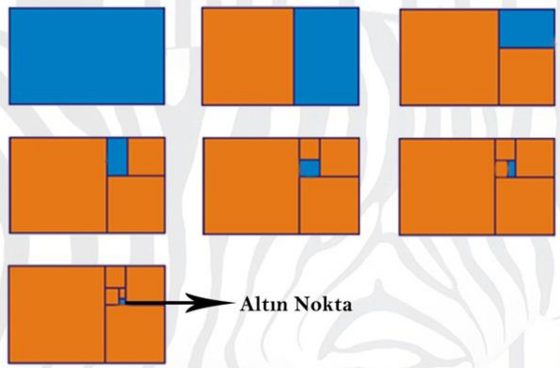
Bir doğru parçasının (AB) Altın orana uygun biçimde iki parçaya bölünmesi gerektiğinde, bu doğru öyle bir noktadan (C) bölünmelidir ki; küçük parçanın (AC) büyük parçaya (CB) oranı, büyük parçanın (CB) bütün doğruya (AB) oranına eşit olsun.

Bu oranlara bağlı kalınarak çizilen dikdörtgen, "*Altın Dikdörtgen*" dir.

Bu dikdörtgendeki 5/3 yada 8/5 lik oranlar "*altın oran*" dır. Oranların kesiştiği nokta, "*altın nokta*", oranların kesiştiği yer ise "*altın kesit*" tir.

Altın orana doğada, matematikte, ünlü sanat eserlerinde ve daha birçok yerde sıkça rastlayabiliriz.

İnsan yüzündeki ve vücudundaki birçok oran, piramitlerdeki oranlar, salyangozdaki oranlar, çam kozalağındaki oranlar, Leonardo da Vinci'nin Mona Lisa adlı tablosu ve bunun gibi yüzlercesi örnek olarak verilebilir. Örneğin, bir insanın tüm vücudu ile göbeğine kadar olan yüksekliğinin oran *1.618* sayısını verir ki bu da Altın Oran'dır.

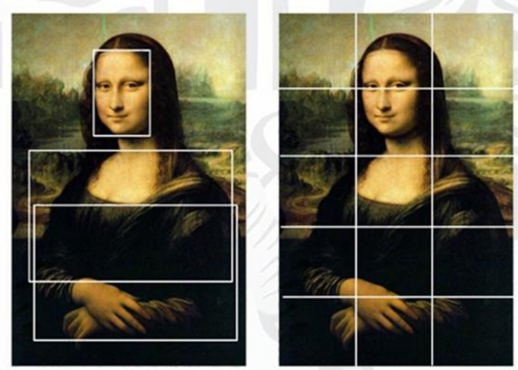


Altın Nokta ve Altın Dikdörtgenler

Kim bu Fibonacci?

Pisalı Leonardo Fibonacci Rönesans öncesi Avrupa'nın en önde gelen Matematikçisidir. Fibonacci için, "Matematik'i Araplar'dan alıp, Avrupa'ya aktaran kişi" denilebilir. Fibonacci 'nin yaşamı hakkında matematik yazıları dışında pek az şey biliniyor. İlk ve en iyi bilinen kitabı Liber Abaci'nin yazıldığı 1202 tarihine bakılırsa, 1170 dolayında doğmuş olabileceği sanılıyor. 1225 yılında yazdığı Liber Quadratornum'u (Kare Sayıların Kitabı) imparatora ithaf eder. " Diyofant Denklemleri"ne ayrılan bu kitap Fibonacci 'nin baş yapıtıdır. Kitap sayılar kuramına büyük katkı getirmiştir.

Dikkat edilirse elimizin parmaklarındaki eklem uzunluklarının fibonacci dizisine uyduğu gözlenir.



Da Vinci'nin ünlü tablosu Mona Lisa'nın lekesel oranları ve tuval boyutu altın oranlıdır.

İnsan beğenilerini inceleyen uzmanlar insan beğenisinin altında da bir takım geometrik oranların yer aldığını tespit etmişlerdir. Fotoğrafçılıkta da bu oranlardan birisi yani "*üçte bir oranı*" genel kabul görmüş bir kullanım haline gelmiştir.

Profesyonel fotoğrafçılar için bu oran neden önemlidir ve bir kompozisyon düzenlemesinde bu oranı neden göz ardı etmemelidirler?

Çünkü, insan gözünün görme alanı kısa kenarı 5, uzun kenarın 8 olan bir dikdörtgendir. Dolayısıyla insan gözü 5/8 oranındaki dikdörtgen cisimleri (görüntüleri) daha iyi algılar.

Bu nedenle profesyonel fotoğraf çekenler, evrenin bu estetik dengesini ve insanlığın bu binlerce yıllık göz alışkanlığını görmemezlikten gelemezler.

Fotoğrafta "*üçte bir*" Oranı

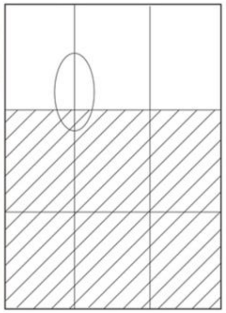
Fotoğraftaki kullanımına gelince; her ne kadar küsüratlı bir sayı gibi görünse de Altın Oranı fotoğrafta kullanmamız mümkündür. Bunun için yapmamız gereken kadrajımızı 9 eşit dikdörtgene bölerek ilgi noktasını ortada yer alan kesişim noktalarından birine yakın yerleştirmek. Tam bir Altın Oran olmasa bile bu işimizi görecek prensip 1/3 kuralı olarak bilinir.

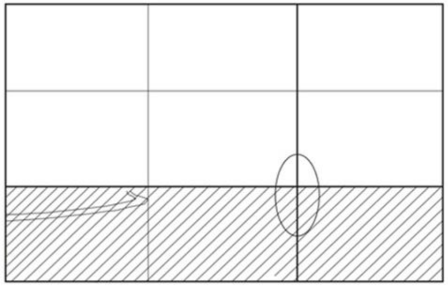
Üçte bir oranı fotoğrafta daha etkili bir kompozisyon oluşturmak ve fotoğrafı daha etkili kılmak için fotoğrafçılar tarafından kullanılır. Bu bir kural değil bir rehberdir. Yani her durumda kullanılması şart değil fakat çoğu durumda etkili sonuçlar veren bir yöntemdir.

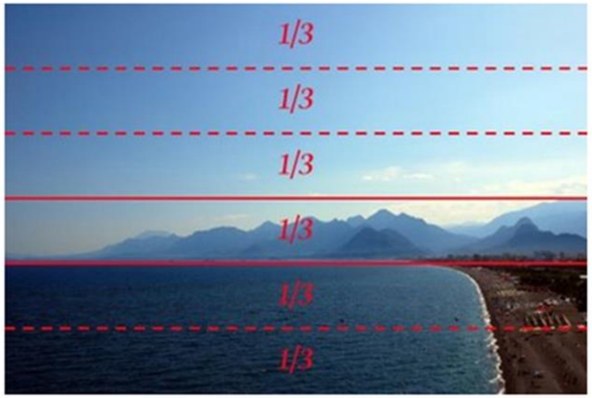
Fotoğraf çekerken fotoğraftaki ana konuyu kırmızı ile işaretlendirilmiş kesişim noktalarına yerleştirmemiz çoğu durumda iyi bir sonuç verir.

Fotoğraf alanımızdaki ana lekelerin birbirine oranı, gökyüzünün yeryüzüne oranı, denizin kara parçasına oranı, altın oran sınırları içine yerleştirilirse göz bu görüntüleri daha iyi algılar ve benimser. Aksi takdirde bu görüntüler gözü rahatsız eder.

İşte bu nedenledir ki, bazı görüntüler bize daha estetik gelir.





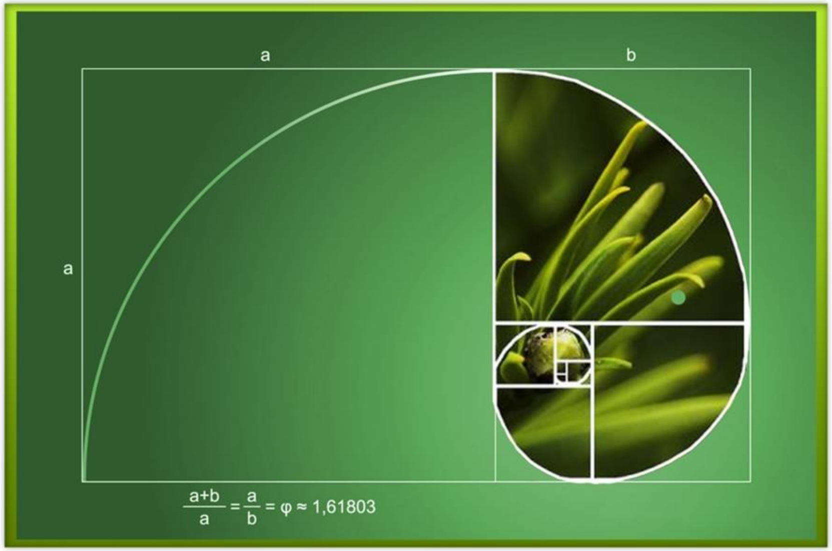


Manzara fotoğraflarında ise ufuk çizgisini tam ortaya yerleştirmek yanlıştır. Çektiğimiz manzaranın bizim için daha çok estetik veya anlam eden bölgesine daha fazla yer vermemiz gerekir. Böylece fotoğraflar daha dinamik bir hale gelecektir.

Yandaki fotoğrafta dağlar ile yer arasında ufuk çizgisinin altında kalan kısım ile üstte kalan kısım 1/3 kuralına uymakta. Ufuk çizgisi ortadan geçen manzara fotoğrafları ortadan geçmeyene göre daha az estetik bulunur.

Altın Spiral

İçinden defalarca kareler çıkardığımız Altın Dikdörtgen'in karelerinin kenar uzunluklarını yarıçap alan bir çember parçasını her karenin içine çizersek, bir Altın Spiral elde ederiz. Altın Spiral, birçok canlı ve cansız varlığın biçimini ve yapı taşını oluşturur.



Çokgen

Üçgen Sayılar

1'den başlamak üzere kendisinden önceki tüm sayıların toplamına karşılık gelen sayıların dizisidir.

Bu sayılara üçgensel denmesinin sebebi, bir üçgen şeklinde dizilebilecek eşit çaplı topların sayılarına karşılık gelmeleridir.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... pozitif doğal sayılar ise,

1, 3(1+2), 6(1+2+3), 10(1+2+3+4), 15(1+2+3+4+5),... üçgen sayılardır.

Yani,

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55...

Dikkat edilirse ardışık üçgen sayıların toplamı bir kare sayıyı veriyor.

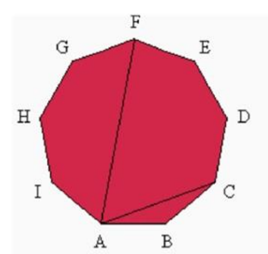
$0+1=1^2$, $1+3=2^2$, $3+6=3^2$, $6+10=4^2$, $10+15=5^2$, $15+21=6^2$

$21+28=7^2$, $28+36=8^2$, $36+45=9^2$, $45+55=10^2$

diye devam ediyor.

Üçgen Sayıları yukarıdaki tanıma göre belki böyle daha iyi ifade edebiliriz:

0	0
1	0+1
3	1+2
6	1+2+3
10	1+2+3+4
15	1+2+3+4+5
21	1+2+3+4+5+6
28	1+2+3+4+5+6+7
36	1+2+3+4+5+6+7+8
45	1+2+3+4+5+6+7+8+9
55	1+2+3+4+5+6+7+8+9+10



Soru ?

Düzgün 9'gen olan yandaki şekilde

AF = AB + AC

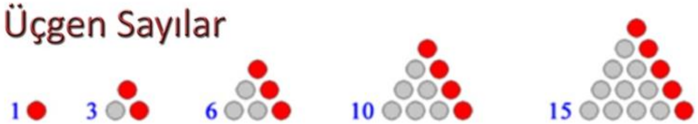
olduğunu gösteriniz.

(Trigonometri kullanmadan lütfen.)

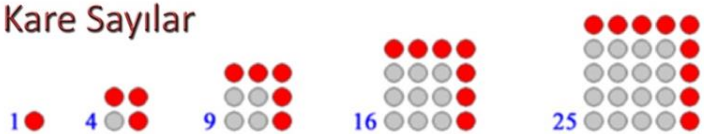
Sayılar

Aşağıda Üçgen Sayılara ve diğer Çokgen Sayıların şekillerine yer verilmiştir.

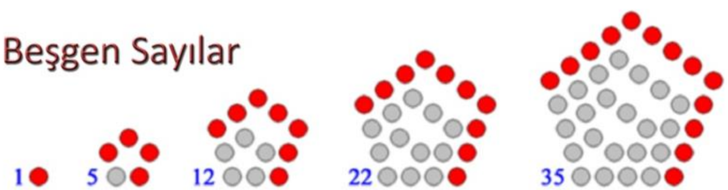
Üçgen Sayılar



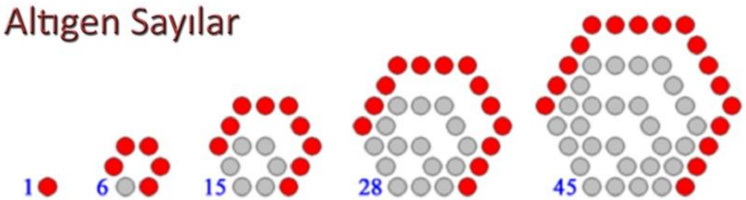
Kare Sayılar



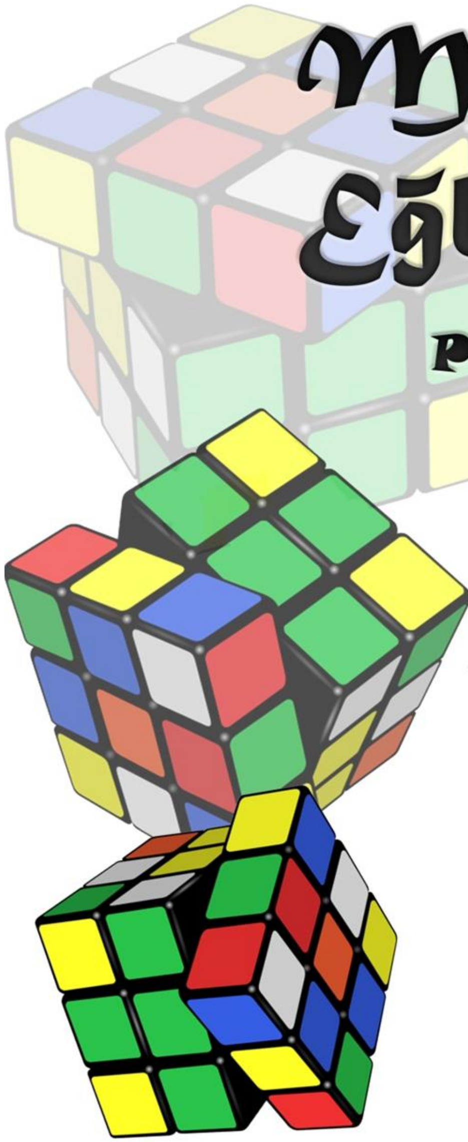
Beşgen Sayılar



Altıgen Sayılar



İdil Varan (FL-11A)



Matematik Eğlencelidir!

Pratik Kare Alma

$1^2 = 1$
$11^2 = 121$
$111^2 = 12321$
$1111^2 = 1234321$
$11111^2 = 123454321$
$111111^2 = 12345654321$
$1111111^2 = 1234567654321$
$11111111^2 = 123456787654321$
$111111111^2 = 12345678987654321$

Ya 1'li Olmazsa?

Örneğin 97 sayısının karesini alalım.

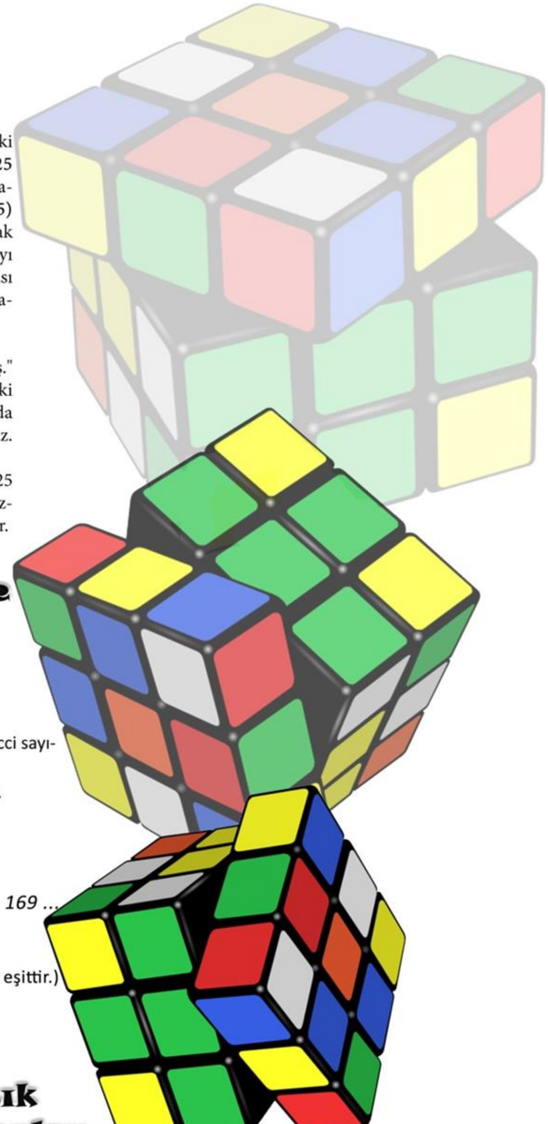
İlk olarak birler basamağındaki sayının karesini alalım *($7^2=49$)* ve çıkan sayının birler basamağını *(9)* yeni oluşacak sayımızın birler basamağına yazalım, 4 ü elde alalım. Böylece sayımız ***xxx9*** oldu ve elde 4'ümüz var.

İkinci olarak sayının rakamlarını birbirleri ile, çıkan sonucu da 2 ile çarpalım. Yani *9.7.2=126*, eldeki 4'ü de eklersek 130 olur. 0'ı onlar basamağına yazalım, 13'ü de elde olarak alalım, yani sayımız *xx09* olsun. Son olarak sayımızın onlar basamağındaki 9 un karesini alalım *(92=81)* ve eldeyi ekleyelim *(81+13=94)*. Bu sayıyı da yüzler ve binler basamağına denk gelecek şekilde yerleştirelim: 9409 oldu. Yani, *$97^2=9409$* olur.

Şimdide 24 için biraz daha hızlı deneyelim,

$4^2=16$ olduğundan *xx6* olur, elde var 1. Eldeyi de ekliyoruz: 16+1=17, sonucumuz 17 oldu.
Böylece *x76* oluyor, elde var *1. $2^2=4$* olduğundan, 1'de elde *4+1=5*: Sonucumuz *576* olur.

Peki Ya 5 İle Biterse?



Sonu 5 ile biten bütün sayıların karelerinin son iki basamağı (onlar ve birler basamağı) her zaman 25 ile bitecektir. Hesaplayacağımız sayının son iki basamağına 25 yazdıktan sonra, 25 in soluna (...25) gelecek sayıları belirlemek için ise karesi alınacak sayının birler basamağının solunda kalan sayıyı (kaç basamaklı olursa olsun fark etmez.) bir fazlası ile çarpıp sonuçtaki 25 in soluna yazıyoruz ve karesini almış oluyoruz.

Örnek üzerinde görünce "Gerçekten kolaymış." diyeceksiniz. Mesela **65** sayısının karesi; son iki basamak *(…25)* soluna da sayıdaki **5** in solunda kalan **6** ile bir fazlası **7** nin çarpımını yazıyoruz. Sonuç olarak *4225* elde edilir.
Başka bir örnek, 125 in karesi ;son iki basamak 25 soluna da sayıdaki 5 in solunda kalan 12 ile bir fazlası 13 ün çarpımını yazıyoruz. Sonuç *15625* olur.

144 en büyük tamkare fibonacci sayısıdır.

Aynı zamanda,

144, 12 nin karesine eşit olmakla birlikte 12. fibonacci sayısıdır. Bununla beraber,
$12^2 = 144$ ifadesi tersten yazılırsa $441 = 21^2$ olur.

Tam Kare Sayılar
(Her sayı bir sayının karesidir.)

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169 ...

Fibonacci sayıları
(Her sayı kendinden önceki iki sayının toplamına eşittir.)

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ...
Tamkare fibonacci sayıları ise sadece *1* ve *144*'tür.

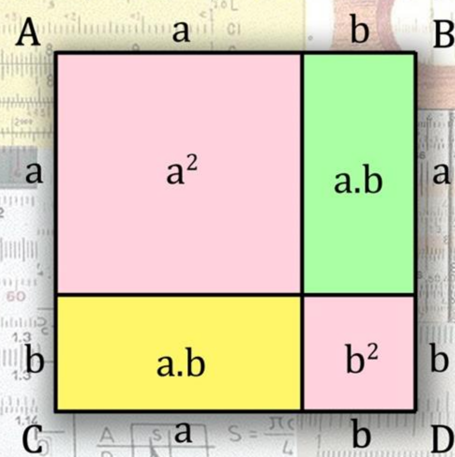
Herhangi üç ardışık tamsayının küpleri toplamı 9 un katıdır.

$[(n-1)^3 + n^3 + (n+1)^3] = 0 \pmod 9$

Özdeşlikler

ve Özdeşlik Modelleri

$(a+b)^2$ ve $(a-b)^2$ ifadelerinin açılımlarının modellenmesi.



Matematikte sıkça kullanılan açılımlardan biri olan bu ifadenin mantığı kare üzerinde alan modellemesi ile açıklanır. Kenarları "*a+b*" olan karenin alanı şekildeki gibi parsellenirse;

$$(a+b)^2 = a^2 + a.b + a.b + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

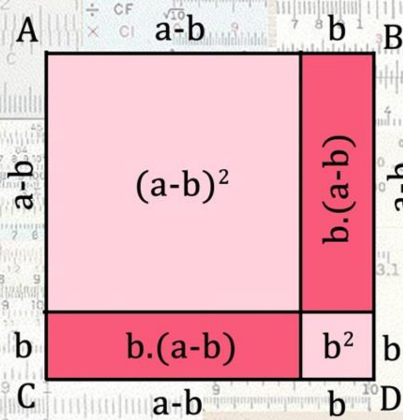
ifadesi alanların toplamıyla ortaya çıkar.

Kenar uzunluğu *a* birim olan bir karenin bir köşesinde kenar uzunluğu *b* birim olan bir kare oluşturulur. Daha sonra, büyük karenin alanı olan a^2 içerisindeki parçaların alanları toplamı olarak ifade edilerek;

$$a^2 = (a-b)^2 + b^2 + 2.b.(a-b)$$
$$= (a-b)^2 + b^2 + 2.a.b - 2.b^2$$
$$= (a-b)^2 + 2.a.b - b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - a.b - a.b + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

özdeşliği elde edilir.



(a^2-b^2) ifadesinin açılımının modellenmesi:

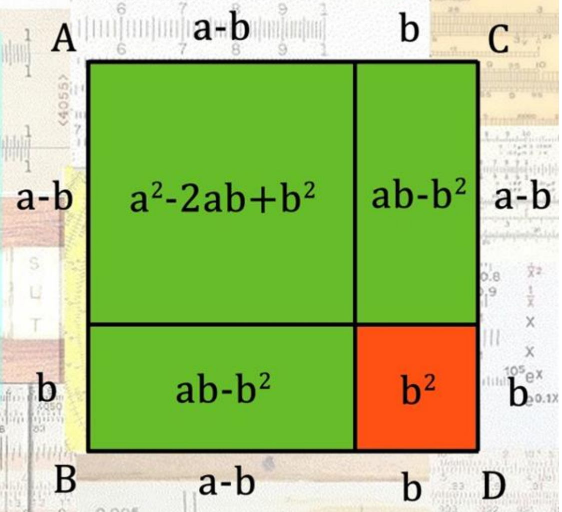
Yandaki şekilde kenar uzunluğu a birim olan bir karenin içinden kenar uzunluğu *b* birim olan bir karenin alanını çıkartılarak a^2-b^2 özdeşliğinin açılımı modellenmiştir.

Yeşille boyanmış alanı hesaplarsak;

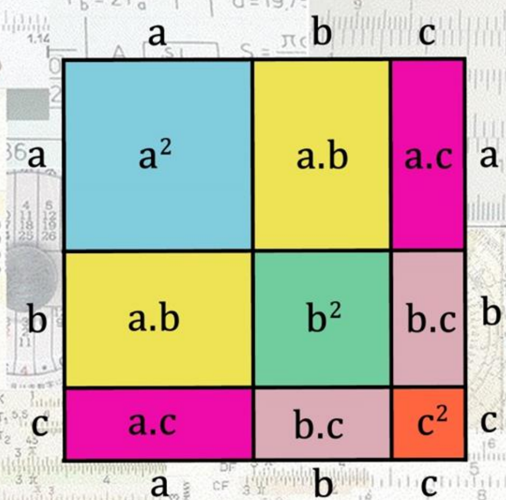
$$\begin{aligned} a^2-b^2 &= a.(a-b) + b.(a-b) \\ &= (a-b)[(a-b)+b] + b.(a-b) \\ &= (a-b).a + b.\,(a-b) \\ &= (a+b)(a-b) \end{aligned}$$

bize a^2-b^2 ifadesini verir.

Böylece a^2-b^2 ifadesinin açılımı modellenmiş olur.



$(a+b+c)^2$ ifadesinin açılımının modellenmesi:



Kenar uzunluğu *a+b+c* olan bir kare şekilde olduğu gibi parçalara ayrılır. Büyük kenarının alanının, üzerinde bulunan parçaların alanları toplamına eşit olduğu gerçeğinden hareketle;

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= a^2 + a.b + a.c + a.b + b^2 + b.c + c.a + c.b + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc) \end{aligned}$$

Sonuç olarak $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc)$ ifadesi iki-boyutlu düzlemde alan yöntemi kullanılarak bulunmuş olur.

Buğra Ekuklu (FL-10A)

BARKODLAR

Hepimiz günde en az bir kere ihtiyacımız olan herhangi bir ürünü almak için bakkala veya markete gideriz. Aldığımız her ürünün üzerinde değişik kalınlıktaki çizgilerden oluşan bir etiket vardır. İhtiyacımız olan ürünleri aldıktan sonra parasını ödemek için kasaya geliriz. Kasada duran kasiyer satın aldığımız ürünlerin üzerindeki etiketleri tek tek bir el tarayıcısından geçirerek size ödemeniz gereken toplam tutarı söylüyor.

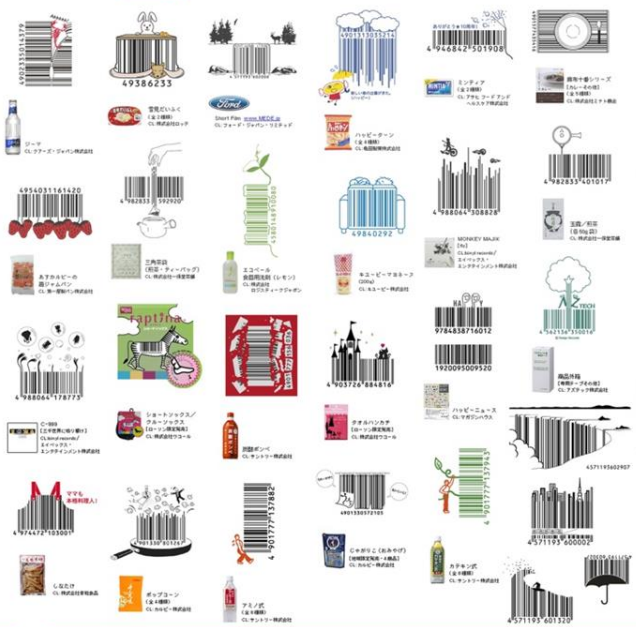
Hiç merak ettiniz mi bu etiketler ne işe yarıyor, etiketin üzerindeki rakamlar ve çizgiler ne anlama geliyor? İşte her ürünün arkasında bulunan bu etiketlere ***BARKOD*** diyoruz.

Nedir Bu Barkod?

Kısaca; genelde dikdörtgen biçiminde olan, birbirine paralel çizilmiş inceli kalınlı çizgilerden ve bu çizgilerin arasındaki boşluklardan meydana gelen , siyah çubukların oluşturduğu bir sembole barkod diyoruz. Barkod'lar sayesinde bilgisayara otomatik veri girişi hızlı bir şekilde sağlanmaktadır. Günümüzde pek çok alanda kullanılmaya başlanmıştır. (Gazete, dergi, kitap, ilaç, gıda vs.)

Çizgiler Ne Anlam İfade Ediyor?

Konuya geçmeden önce sizlere bir tavsiyede bulunmak istiyorum. Bu konuyu daha iyi anlamanız için üzerinde barkod olan bir ürünü yanınızda bulundurabilirsiniz?



Öncelikle bilmeniz gereken şey; bu çizgiler sadece ürünün referans numarasını içerir. Herkesin sandığı gibi ürünün fiyatı ve ürün hakkındaki bilgileri içermez. Bu bilgiler bilgisayarda kayıtlıdır.

Barkod tarandığı zaman sinyal sistemdeki bilgisayara ulaşır. Bilgisayarda girilen barkod numarasına göre ürünün fiyatını kasaya yansıtır. Eğer barkod'larda fiyat belli olsaydı, ürün fiyatı ne zaman değişse, ürünün barkodu da her fiyat değişiminde değişecekti. Bu da maliyet ve zaman açısından çok büyük kayıplara neden olacaktı.

Peki öyleyse fiyat değiştiği zaman bu değişiklik nasıl yapılıyor? Cevabı çok basit; fiyat bilgileri bilgisayarda kayıtlı olduğu için; bilgisayardaki fiyat bilgisini değiştirmek yeterli olacaktır.
Barkod'da iki bölüm vardır. Birincisi bizim gördüğümüz rakamlar; ikincisi ise makinenin taradığı çizgiler. Bunları ileriki bölümlerde daha detaylı anlatacağız.

Barkod Çesitleri Nelerdir?

Çok değişik barkod çeşitleri var. EAN-13 numaralama sistemi Avrupa ve Türkiye'de kullanılmaktadır. Biz sizlere ülkemizde de kullanılan EAN-13 sistemini açıklayacağız.

Yan tarafta: Ünlü markaların kendilerine özel hazırladıkları barkodlar.

EAN-13 Barkod Sistemi

EAN İngilizce "International Article Numbering Association" kelimelerinin kısaltılmış halidir. EAN 'nin yayınladığı bildirgeye göre 2005 yılından sonra Amerika ve Kanada'da EAN uluslar arası barkod sistemine geçiş yapacaktır. EAN sistemi bakkaliye ürünleri başta olmak üzere perakende satılan ürünlerin numaralandırılmasında kullanılmaktadır. Ayrıca Kitap (ISBN) ve periyodiklerin (ISSN) numaralandırılmasında da kullanılmaya başlanmıştır.

Bu kadar bilgi verdikten sonra gelelim barkodların sırrını çözmeye.

EAN-13 sistemi 13 haneden oluşur.

Birinci kısım: veya simge kodunu gösterir. Her ülkenin kendine ait bir kodu vardır. Türkiye'nin kodu 869 dur.

İkinci kısım: Firma kodunu gösterir. Ülke kodundan sonra gelen 4 hanedir. Bu kod TOBB (Türkiye Odalar ve Borsalar Birliği) bünyesinde bulunan Mal Numaralandırma Merkezi'nden alınır.

Üçüncü kısım: Firma kodundan sonra gelen 5 hanedir. Ürünü tanımlayan mamul kodudur.

Dördüncü kısım: En son rakamdır. Kontrol kodudur. Bu kod diğer rakamların hatalı okunmasını engellemek için belli bir formülle hesaplanan kontrol sayısıdır.

Kontrol Kodunun Hesaplanması

Barkod tarayıcı makinası barkodu okuduğunda bazı matematiksel hesaplar yaparak okuduğu kodun doğru olup olmadığını kontrol eder. Bunun içinde kontrol kodunu kullanır. İsterseniz daha iyi öğrenmeniz için bunu bir örnekle açıklayalım.

Diyelim ki 9799753293685 koduna sahip bir ürün tarayıcıdan geçirildi. Yapılan hesaplamalar ve kontrol aynen asağıdaki gibidir.

1- Sağdan başlayarak ilk hane tek olmak üzere tüm haneler tek çift diye ayrılırlar.

2- Tek hanedeki sayılar toplanır ve 3 ile çarpılır. 7+9+5+2+3+8= 34 x 3 = 102

3- Çift hanedeki sayılar toplanır. 9+9+7+3+9+6 = 43

4- Her iki rakam toplanır ve 10 sayısının katına ulaşmak için gerekli sayı eklenir. 102 + 43 = 145 + 5 =150

Barkod tarayıcı makinası barkodu okuduktan sonra yukarıda anlattığımız işlemleri yapar. Eğer bulduğu kontrol kodu, okuduğu kontrol koduyla aynıysa, barkod doğru okunmuş demektir. Yanlışsa tekrar okunması için uyarı verilecektir.

9 799753 293685

Çift Tek Çift Tek Çift Tek Çift Tek Çift Tek Çift Tek

979975329368-5

7+9+5+2+3+8= 34x3=102

9+9+7+3+9+6 = 43

145+5=150

10'a bölünebilen sayı

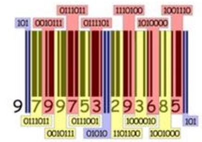
Deşifre Edelim!

Şimdi gelelim çizgi ve boslukların nasıl deşifre edileceğine. Öncelikle şunu bilmenizi isteriz ki; siyah çizgiler 1 sayısını, boşluklar ise 0 sayısını temsil ederler. En ince siyah çizgi bir birim (1) iken, en kalın siyah çizgi dört birime (1111) denk gelir. Aynı şekilde en ince boşluk bir birim iken (0), en kalın boşluk dört birim (0000) demektir.

Bir barkodun başında ve sonunda 101 değerine eşit olan baslangıç ve bitiş kodları vardır. Ortada ise 01010 değerini veren daha uzunca barkod bulunur.

Bir barkodu çözümlemek için asağıdaki tablolardan ve bilgilerden faydalanmamız gerekecek. Ama bunu biz bir örnekle açıklayalım ki daha anlaşılır olsun.

Mesela 9799753293685 barkodunu çözmeye çalışalım. Bu barkodu çizgi ve boşlukların kalınlıklarına göre, en ince çizgi veya boşluk 1 birim, en kalın çizgi veya boşluk 4 birim olduğunu düşünerek çözelim. Unutmayın ki çizgiler 1, boşluklar 0 olacaktır.



Şimdi barkodun ilk hanesine bakalım. Burada bu sayı 9 dur. Aşağıdaki tabloya göre ikinci haneyi ve firma kodunu tek ve çift olarak ayırırız.

Burada 9 denk gelen satıra baktığımızda ikinci hanenin "tek" olduğunu görürüz. Firma kodundaki haneler ise sırasıyla "çift-çift-tek-çift-tek" şeklindedir.

Tek Çift Çift Tek Çift Tek

9-7-99753-29368-5

Daha sonra aşağıdaki tabloyu kullanarak her koda denk gelen sayıyı bulabiliriz.

HANE	SOL TARAF		SAĞ TARAF
	TEK OLURSA	ÇİFT OLURSA	
0	0001101	0100111	1110010
1	0011001	0110011	1100110
2	0010011	0011011	1101100
3	0111101	0100001	1000010
4	0100011	0011101	1011100
5	0110001	0111001	1001110
6	0101111	0000101	1010000
7	0111011	0010001	1000100
8	0110111	0001001	1001000
9	0001011	0010111	1110100

Bu tabloya göre barkodun çözülmüş hali aşağıdaki gibidir.

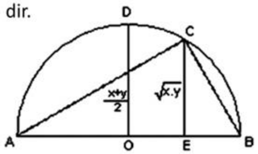
KOD	TİP	ÇÖZÜLEN SAYI
101	Başlangıç kodu	
0111011	Sol taraf tek	7
0010111	Sol taraf çift	9
0010111	Sol taraf çift	9
0111011	Sol taraf tek	7
0111001	Sol taraf çift	5
0111101	Sol taraf tek	3
01010	Orta koruma kodu	
1101100	Sağ taraf	2
1110100	Sağ taraf	9
1000010	Sağ taraf	3
1010000	Sağ taraf	6
1001000	Sağ taraf	8
1001110	Sağ taraf	5
101	Bitiş kodu	

Aritmetik ve Geometrik Ortalama Eşitsizliği

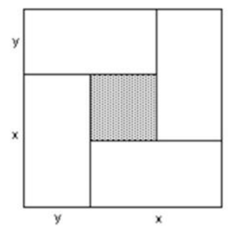
Teorem: 1. Negatif olmayan x ve y sayıları için,
$\sqrt{xy} \leq (x+y)/2$ dir.
Cebirsel Kanıt: Her x,y pozitif sayıları için,
$[(\sqrt{x}-\sqrt{y})]^2 \geq 0$ daima sağlanır.

Buradan $x+y-2\sqrt{(xy)} \geq 0$ eşitsizliği ve
$\sqrt{xy} \leq (x+y)/2$ elde edilir.

Birinci Geometrik Kanıt: (ACB) =90° dir. $|CE| \perp |AB|$ $|AE|=x$ $|EB|=y$ ACB üçgeninde $|CE|^2=|AE|.|EB|$ oldğundan $|EC|=\sqrt{xy}$ dir. Çemberin yarıçap uzunluğunun tüm yarı kiriş uzunluklarından daha büyük olduğu düşünülürse $|EC| \leq |OD|$ bulunur.
Yani $\sqrt{xy} \leq (x+y)/2$ dir.



İkinci Geometrik Kanıt: Bir kenarı ***x+y*** birim olan bir kare alalım ve içini bir kenarı ***x***, diğer kenarı ***y*** birim olan dikdörtgenlerle şekildeki gibi dolduralım.
Şeklin ortasında görüldüğü gibi bir kenarı ***x-y*** birim olan kare şeklinde bir boşluk kalır.
Yani, ***x+y*** birim kenarlı karenin alanı dikdörtgenlerin alanları toplamından daha büyüktür.
O halde,
$(x+y)^2-(x-y)^2 \leq (x+y)^2$
yazılabilir ve buradan,
$4\sqrt{xy} \leq (x+y)^2$ ve $\sqrt{xy} \leq (x+y)/2$ bulunur.



Üçüncü Geometrik Kanıt: A(a,a) ve B(b,b) , y=x doğrusu üzerinde iki nokta olsun.
Şekilde görüldüğü gibi P(a,0),Q(0,b) ve R(a,b) noktalarını göz önüne alalım.
$|OP|=a$ olduğundan $|PA|=a$ 'dır.
O halde AOP üçgeninin alanı $a^2/2$, BOQ üçgeninin alanı ise $b^2/2$ 'dir.

Şimdi OPRQ dikdörtgenini göz önüne alalım.
Dikdörtgenin alanı AOP ve BOQ üçgenleriyle tamamen örtüldüğünden ***A(OPRQ)≤A(AOP)+A(BOQ)*** 'dur.

Buradan da;

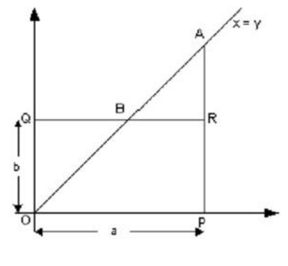
$ab \leq a^2/2 + b^2/2$
yani
$ab \leq (a^2+b^2)/2$ bulunur.

Teoremdeki formata uygun olması açısından
a=x ve b=y alınırsa

$xy \leq ((x^2+y^2))/2$

buradan da

$\sqrt{xy} \leq (x+y)/2$ bulunur.



Sonsuz Odalı Otel

Bir oteliniz var. Otelinizin sonsuz sayıda odası var. Her odanın bir numarası var: 1, 2, 3, 4, 5, 6,... Böylece sonsuza kadar gidiyor. En sonuncu oda yok...

Sonsuz numaralı oda da yok. Her odanın numarası sonlu. Sadece oda sayısı sonsuz. Aşağıdaki gibi...

Otel	1	2	3	4	5	6	...

Birinci Hikâye

Hepsine bir oda veriyorsunuz. 1 numaralı müşteri 1 numaralı odaya, 2 numaralı müşteri 2 numaralı odaya... Her şey yolunda seyrederken, birdenbire bir müşteri daha geliyor. Bu müşteriye nasıl bir oda bulursunuz?

Bu soru sorulduğunda alınan yanıtlar genellikle şöyle oluyor:

- *En sona... Sonuncu odaya... (Sonuncu oda yok ki!...)*
- *Sondan bir sonrakine... (Sonuncu oda yok ki bir sonraki olsun!)*
- *İki kişiyi aynı odada yatırırım... (Yok öyle numara...)*
- *Yeni bir oda yaparım... (Yok daha neler, yeni bir otel yap oldu olacak!)*
- *Resepsiyonda yatırırım... (Bu da olmaz, illa bir oda olacak...)*
- *Başka bir otel bulurum...*
- *Evimde yatırırım...*

Doğru yanıt şöyle: *Yerleşmiş müşterileri bir oda kaydırırım. 1 numaralı müşteri 2 numaralı odaya, 2 numaralı müşteri 3 numaralı odaya, herkes birer kayar ve böylece boşalan bir numaralı odaya yeni gelen müşteriyi koyarım...*

"En son müşteri nereye gidecek?" demeyin, en son müşteri yok. Nasıl en son oda yoksa, en son müşteri de yok.

İkinci Hikâye

Çok şanslı bir gününüzdesiniz, bir otobüs dolusu müşteri geliyor. Sonsuz tane... Adları a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6,...

Hepsine bir oda veriyorsunuz. a_1'i 1 numaralı odaya, a_2'yi numaralı müşteri 2 numaralı odaya...

Her şey yolunda seyrederken, birdenbire... Birdenbire bir otobüs dolusu müşteri daha geliyor... Onda da sonsuz tane müşteri var. Adları b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6,... Odalarınız dolu. Sonsuz tane yeni müşteri geldi. Bu yeni müşterileri nasıl yerleştirirsiniz?

Yanıtlar şöyle olur genelde:

- *Yerleştirmem! (Kahkahalar...)*
- *Her odaya ikişer kişi koyarım... (Bunun yasak olduğunu daha önce söylememiş miydim?)*
- *Birer kaydırıp önce b_1'i, sonra birer daha kaydırıp b_2'yi, sonra birer daha kaydırıp b_3'ü yerleştiririm ve bunu böyle sonsuza kadar devam ettiririm... (Herkes yerleştiğinde a1 nerede olacak?)*

Doğru yanıt şöyle: *Birinci müşterileri çift sayılı odalara koyarım: a_1'i 2'ye, a_2'yi 4'e, a_3'ü 6'ya, a_4'ü 8'e, genel olarak a_n'i 2n numaralı odaya koyarım. Böylece tek sayılı odalar boşalır, onlara da ikinci müşterileri yerleştiririm: b_1'i 1'e, b_2'yi 3'e, b_3'ü 5'e, b_4'ü 7'ye, genel olarak b_n'i 2n - 1 numaralı odaya yerleştiririm...*

Üçüncü Hikâye

Çok, ama çok şanslı bir gününüzdesiniz, sonsuz otobüs dolusu müşteri geliyor. Sonsuz tane otobüs... Herbirinin numarası var: 1, 2, 3, 4, 5, 6,...

Ve herbir otobüste sonsuz tane müşteri var...

Birinci otobüsün müşterileri:
(1,1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), ...
İkinci otobüsün müşterileri:
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), ...
Üçüncü otobüsün müşterileri:
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), ...
...
Müşterileri odalara nasıl yerleştirirsiniz?

Doğru yanıt şöyle: Birinci otobüsün müşterilerini 2, 4, 8, 16, 32, 64 gibi 2'nin katları olan odalara yerleştirirsiniz.
İkinci otobüsün müşterilerini 3, 9, 27, 81, 243 gibi 3'ün katları olan odalara yerleştirirsiniz.

Üçüncü otobüsün müşterilerini 5, 25, 125, 625 gibi 5'in (4'ün değil!) katları olan odalara yerleştirirsiniz.
Dördüncü otobüsün müşterilerini 7'nin katları olan odalara yerleştirirsiniz.
Beşinci otobüsün müşterilerini 11'in katları olan odalara yerleştirirsiniz.

Genel olarak, n'inci otobüsün müşterilerini n'inci asalın katları olan odalara yerleştirirsiniz.
Bu yöntemle her müşteri bir odaya yerleştiği gibi, geriye sonsuz tane boş oda kalır. Örneğin, 6, 10, 12, 14, 15, 18 numaralı odalar boştur.

Cauchy-Schwarz ve Minkowski Eşitsizlikleri

Matematik dünyasında elde ettiğimiz basit sonuçlar bazen o kadar önemlidir ki bir matematikçinin ismi ile anılır. Hatta basit görünen bu önemli sonuçlara verilen büyük matematikçi isimleri şaşkınlığa neden olur.
Cauchy – Schwarz ve Minkowski eşitsizlikleri de bu tür sonuçlara örnektir.

Cauchy-Schwarz Eşitsizliği:

$a_1,\dots,a_n$ ve $b_1,\dots,b_n$ herhangi 2n gerçel sayı ise ,
$(a_1b_1+\dots+a_nb_n)^2 \le (a_1^2+\dots+a_n^2)(b_1^2+\dots+b_n^2)$ olur.

Buna bir kanıt getirmek istersek:
$p(X) = (a_1X - b_1)^2+\dots+(a_nX - b_n)^2$ olsun,
kareleri alıp parantezleri açarsak ;
$A = a_1^2+\dots+a_n^2$
$B = b_1^2+\dots+b_n^2$
$C = a_1b1+\dots+a_nb_n$
ise,
$\boldsymbol{p(X) = AX^2 - 2CX + B}$ elde edilir.
Her X elemanıdır R için, $p(X)$ karelerin toplamı olduğundan $\boldsymbol{p(X) \ge 0}$ çıkar.

Her gerçel sayı için geçerli böyle eşitsizlik ancak
$\boldsymbol{p(X) = AX^2 - 2CX + B}$
polinomunun diskriminantı *0*'dan küçük ise geçerlidir.

$\boldsymbol{(2C)^2 - 4AB \le 0}$
$\boldsymbol{C^2 - AB \le 0}$
$\boldsymbol{C^2 \le AB}$ şeklinde olur, yerlerine yazarsak,
$\boldsymbol{(a_1b_1+\dots+a_nb_n)^2 \le (a_1^2+\dots+a_n^2)(b_1^2+\dots+b_n^2)}$ elde edilir.

Böylece **Cauchy-Schwarz eşitsizliği** kanıtlanmış olur.

Minkowski Eşitşizliği:

$a_1,\dots,a_n$ ve $b_1,\dots,b_n$ herhangi 2n gerçel sayıysa,

$$\left(\sum_{i=1}^{n} (a_i+b_i)^2\right)^{1/2} \le \left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right)^{1/2} + \left(\sum_{i=1}^{n} b_i^2\right)^{1/2}$$

Kanıt: Cauchy-Schwarz eşitsizliğini kullanacağız. O kanıttaki **A,B,C**'yi anımsarsak, kanıtlamak istediğimiz eşitsizliğin tam tamına,

$\boldsymbol{(A + 2C + B)^{1/2} \le A^{1/2} + B^{1/2}}$
olduğu anlaşılır.
Biz yukarıdaki kanıtta $\boldsymbol{C^2 \le AB}$ eşitsizliğini kanıtlamıştık. **A** ve **B** negatif olmadıklarından, bundan $\boldsymbol{C \le A^{1/2} + B^{1/2}}$ eşitsizliği çıkar.

Bu eşitsizliği kullanarak,
$\boldsymbol{A + 2C + B \le A + A^{1/2} + B^{1/2} + B}$ buluruz.

Yani $\boldsymbol{A + 2C + B \le (A^{1/2} + B^{1/2})^2}$,
Şimdi her iki tarafında karekökünü alırsak istediğimiz eşistsizliği elde ederiz.

Minkowski eşitsizliğinin önemini vurgulayan bir kaç nota değinelim.

- Gerçel sayılılar $\mathbb{R}$ üstünde bulunan ve koordinatları a_1 ve b_1 olan *A* ve *B* noktaları arasındaki mesafe $|a_1 - b_1|$'dir. Bu mesafeyi *d(A,B)* olarak gösterelim. $|a_1 - b_1| = ((a_1-b_1)^2)^{1/2}$ olduğundan,

$d(A,B) = \left((a_1-b_1)^2\right)^{1/2}$

olarak yazabilriz.

- $\mathbb{R}^2$ düzleminde bulunan ve koordinatları $\boldsymbol{(a_1,a_2)}$ **ve** $\boldsymbol{(b_1,b_2)}$ olan A ve B noktaları arasındaki mesafeye *d(A,B)* dersek,

$d(A,B) = \left((a_1-b_1)^2 + (a_2-b_2)^2\right)^{1/2}$

eşitliği geçerlidir.

- İçinde yaşadığımız üç boyutlu $\mathbb{R}^3$ uzayında bulunanve koordinatları $\boldsymbol{(a_1,a_2,a_3)}$ ve $\boldsymbol{(b_1,b_2,b_3)}$ olan *A* ve *B* noktaları arasındakii mesafeye *d(A,B)* dersek,

$d(A,B) = \left((a_1-b_1)^2 + (a_2-b_2)^2 + (a_3-b_3)^2\right)^{1/2}$

eşitliğini elde ederiz.

- Yukarıdaki d fonksiyonlarının herbiri, her A, B ve C noktası için, üçgen eşitsizliği adı verilen *d(A,B)<d(A,C)+d(C,B)* eşitsizliğini sağlar; daha gündelik bir dille açıklarsak: A noktasından B noktasına gitmek için C'den geçmek AB yolunu kısaltmaz.

Bu örnekler aracılığıyla da gördüğümüz gibi mesafe kavramının da üçgen eşitsizliği sağladığı kolaylıkla kanıtlanır.

Berke Cenktuğ Korucu (FL-10A)

Kuyruklu Yıldızlar ve Kökenleri

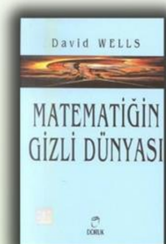
Kuyruklu yıldızlar, hep korku ve batıl inanç nedeni oldular. Bunların arada sırada belirmesi, değişmez ve tanrısal düzenli "Kosmos" kavramını gölgeledi. Böylece, onların felaket habercisi olduğu düşüncesi gelişti; kralların tahttan indirileceği, ya da taht varislerinin öleceği fikrini yerleştirdi.

Babilliler, kuyruklu yıldızların cennet kuşları olduğunu sandılar. Yunanlılar uçan saçlar, Araplar alev çıkaran kılıçlar olarak gördüler. Batlamyus zamanında kuyruklu yıldızlar, biçimlerine göre ayrıntılı olarak sınıflandırıldılar. O, kuyruklu yıldızların savaş, sıcak hava ve tatsız olaylar getirdiği kanısındaydı.Ortaçağ'da kuyruklu yıldızlar tablolarda hep çarmıh olarak betimlendiler. Josephus, M.S. 66 yılında Kudüs'ün üzeri-nde bir yıl boyunca asılı kalan bir kuyrukluyıldızı anlatmıştı; bu, büyük bir olasılıkla Dünya'ya çok yaklaşan Halley'di. Normanlar da Halley'i 1066 yılında görmüşlerdi; bu olayın herhangi bir krallığın düşüşü olarak yorumladıkları için İngiltere'yi istila seferine çıktılar. 1301 tarihli bir gazetede bir kuyrukluyıldızın görüldüğü anlatılıyor. Ressam Giotto, Halley kuyrukluyıldızı'nın görünmesine tanık olduğundan, İsa'nın doğuşunu anlatan bir tablosuna onu da dahil etmişti.
Halley, 1466'da görününce bütün Avrupa titremişti; çünkü Türkler İstanbul'u ele geçirmişlerdi ve tanrının Türkler'in yanında olabileceği düşünülüyordu.

Ceyhun Atalay (AL-10B)

Kitaplar

Matematik Dünyasından Okurken Keyif Alacağınız Kitaplar...

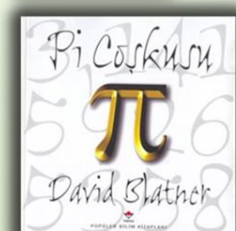


Matematiğin Gizli Dünyası:

David Wells, Doruk Yayınevi

"Siz de matematikçi olabilirsiniz. Doğrular, kareler ve sayılar gibi en basit matematiksel kavramları herkes biir. Bir matematikçi olmak için yapmanız gereken tek şey bunlara düşgücü ve anlayışla bakmak, belki birkaç deney de yapmak ve anlamlı sonuçlara varabilmektir..

İşte David Wells 'Matematiğin Gizli Dünyası'nda işte bu kapıyı açıyor. Üçgenlerin sırlarıyla başlayan Matematiğin Gizli Dünyası sizi Eski Yunan matematikçilerine kadar uzanan bir yolculuğa çıkartıyor. Tek amacı var: sizi düşündürmek."



Pi Coşkusu

David Blatner, TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları

Doğanın kusursuz biçimi çember ile insanoğlunun kusursuzluk arayışının bir biçimi olan doğru arasında ilişki kurma çabalarından mı kaynaklanıyor pi araştırmaları? On beş ya da yirmi ondalık haneden daha duyarlı bir pi ölçümünün hiçbir pratik kullanımı bulunmadığına göre, matematikçiler neden yaşamlarını daha çok (milyarlarca) ondalık basamak ve bunları hesaplama yolları bulmaya adamaktadırlar hâlâ? Pi ne gibi sırlar saklıyor olabilir? Bu kitap sizleri kuantum kuramına kadar uzanan bir yolculuğa çıkartıyor.

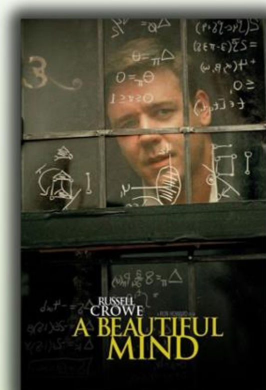
Kim Korkar Matematikten

Nazif Tepedelenlioğlu, Sarmal Yayıncılık

""Matematiğin tarihinin, kaynaklandığı konuları, sorunları anlatmak . Bunları insanoğlunun tarihi boyunca karşı karşıya bulunduğu varolma gelişme, doğayı tanıma ve onu biçimlendirme sorunu ile iç içe olduğunu sergilemeye çalışmak. Böylece, okuyucuya 'Matematiğin sorunları sizin sorunlarınızdır; onlarla ilgilenin, onlara sahip çıkın' demek."Matematik, sınıf geçmek için ezberlemek zorunda kaldığımız birtakım formüller, denklemler karmaşasıdır bizim için.

Gerçekten öyle midir? Elbette hayır! Çünkü matematik güzeldir. Matematik eğlendirir! Hayatınız boyunca matematikten mi korktunuz? Öyleyse korkmadan bu kitabı okuyabilirsiniz."

Filmler



Akıl Oyunları (2001)

A Beautiful Mind

1994 yılında Nobel Ekonomi Ödülü'nü kazanan dahi matematikçi John Forbes Nash Jr'ın gerçek yaşam öyküsü anlatan film Sylvia Nassar'ın biyografi kitabından sinemaya uyarlanmış.Ünlü matematikçi, iniş çıkışlarla dolu kariyerinin ilk yıllarında şaşırtıcı bir keşif yaptı ve uluslarası övgülerin merkezi haline geldi.Ancak bilimsel kariyerinin en yüksek noktasında kendisi keşfetme yolunda acılarla dolu ve ürkütücü bir yolculuğa başladı. Şizofreni tanısıyla 30 yılı aşkın bir süre tedavi gören Nash'in yaşamında artık zaferin yerini trajedi almıştı. Ancak yıllar sonra Nobel Ekonomi Ödülü'nü kazanmasıyla birlikte kaybettiği onurunu ve şöhretini geri kazandı. Hala hayatta olan Nash'in parlak üniversite yıllarından Nobel Ödülü'nü aldığı güne kadar olan uzun yılları anlatan film sekiz ayrı dalda Oscar adayı olup 2002 yılının En İyi Yönetmen Oscar Ödülü, En İyi Film Oscar Ödülü, En İyi Uyarlama Senaryo Oscar Ödülü, En İyi Yardımcı Kadın Oyuncu Oscar Ödülü'ne layık görüldü.

Fermat'ın Odası / Kapan (2007)

La Habitacion De Fermat

Birbirini hiç tanımayan dört matematikçi, gizemli biri tarafından büyük bir bulmacayı çözmeleri için davet edilir. Kendilerine yöneltilen soruları zamanında ve doğru olarak çözemezlerse, içinde bulundukları oda bir anda ölüm tuzağına dönüşecektir. Bunun yanı sıra çözmeleri gereken en önemli problem ise, kendilerini buraya getiren sebep ve aralarındaki ilişki olacaktır. Lluís Homar, Alejo Sauras, Elena Ballesteros, Santi Millán, Federico Luppi gibi ismlerin yer aldığı filmde Luis Piedrahita ve Rodrigo Sopeña yönetmen koltuğuna oturuyor.

Berke Cenktuğ Korucu (FL-10A)

Sorular ve Bulmacalar

Küçük Kız ve Trafik Lambası

Küçük kız sarı ışık yanarken yol kavşağına geldi ve saatine bakarak trafik ışığını incelemeye başladı. Sarı ışığın yanma süresi kırmızının ¼'ü ve yeşilin 1/6 sı kadardı. Sarı ışık 18 kere yandıktan sonra yeşil ışık yandı ve meraklı küçük kız karşıya geçti. Toplam 17 dakika beklemişti. **Sarı ışığın yanma süresi kaç saniyedir?**

Para

Adamın birinin cebinde bir miktar parası var. Bu parayla bir kulübe gidiyor girişte kapıda 5 TL veriyor, içeride oyun oynuyor parasını ikiye katlıyor, çı karken yine 5 TL veriyor. Başka bir yere gidiyor girişte 5 TL veriyor oyun oynuyor cebindeki parasını ikiye katlıyor, çıkarken kapıda 5 TL veriyor. Sonra başka bir yere gidiyor girişte 5 TL veriyor oyun oynuyor parasını ikiye katlıyor çıkışta kapıda 5 TL veriyor ve cebinde hiç para kalmıyor. **Acaba adamın ilk girişte cebindeki para kaç TL idi?**

Tren Vagonları

Bir trenin üç vagonunda toplam 90 yolcu vardı.Eğer birinci vagondan ikinci vagona 12 yolcu geçip, ikinci vagondan üçüncü vagona 9 yolcu geçerse vagonlardaki yolcuların sayıları eşit oluyor.**Başlangıçta her bir vagonda kaç yolcu vardı?**

Saat Kaç

Her saatte 20 dakika geri kalan bir saatim var. Saatim şu an 4.00 ü gösteriyor. Saatimi tam gece yarısı ayarlamıştım ve saatimin tam 4 saat önce durduğunu biliyorum.**O halde şimdi saat tam kaçtır?**

Sudoku

Nasıl Oynanır ?

- Sudoku 9x9' luk bir ızgarada oynanır bu ızgara "bölge" isimli 3x3 alt ızgaralara bölünmüştür

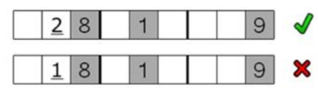
		8		1				9
6		1		9		3	2	
	4			3	7			5
	3	5			8	2		
		2	6	5		8		
		4			1	7	5	
5			3	4			8	
	9	7		8		5		6
1				6		9		

- Sudoku, sayılarla doldurulmuş bazı ızgara hücreleri ile başlar:

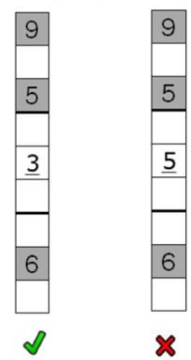
		8		1				9
6		1		9		3	2	
	4			3	7			5
	3	5			8	2		
		2	6	5		8		
		4			1	7	5	
5			3	4			8	
	9	7		8		5		6
1				6		9		

- Sudoku'nun konusu, aşağıdaki uyarılara göre boş hücreleri 1 ve 9 arasındaki rakamlarla doldurmaktır (her hücre için yalnızca 1 rakam):

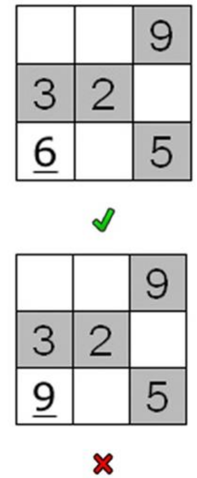
1. Rakam, her satır üzerinde yalnızca bir kez olabilir:



2. Rakam, her kolon üzerinde yalnızca bir kez olabilir:



3. Rakam, her bölge üzerinde yalnızca bir kez olabilir:



- Bu kurallar, her sayının her bir satır, kolon ve bölgede yalnızca bir kez kullanılabileceği şeklinde özetlenebilir.

6			1		8	2		3
	2			4			9	
8		3			5	4		
5		4	6		7			9
	3						5	
7			8		3	1		2
		1	7			9		6
	8			3			2	
3		2	9		4			5

	7		1		3	6	5	
5		6	7			3		1
2			4		6		8	7
	8	1					6	5
3		4				1		8
4	3		6		8		1	
1		2	3		5			
	6	8			2		4	